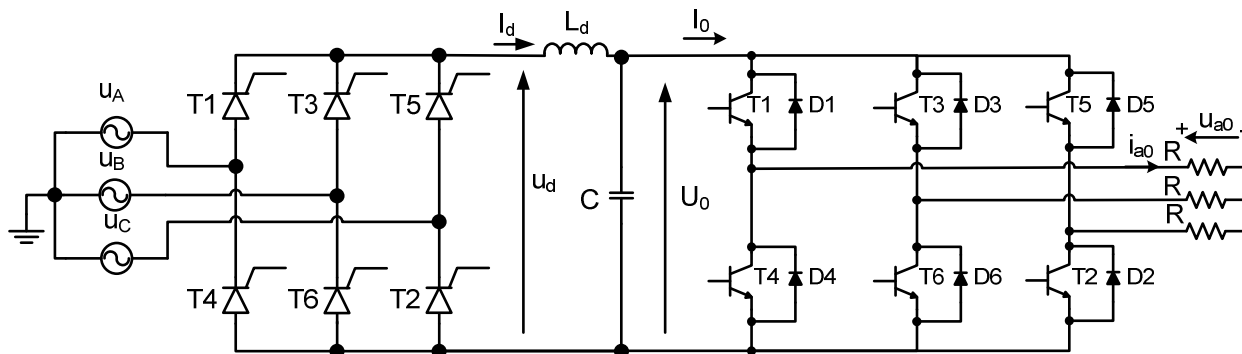


## Primjeri ispitnih zadataka

1) Trofazni autonomni inverter (ugao provođenja ventila iznosi  $\lambda=180^\circ$ , a opterećenje je čisto omsko) napaja se preko trofaznog tiristorskog mrežno-komutovanog ispravljača ( $L_d \rightarrow \infty$ ,  $L_f=0$ ,  $\alpha=60^\circ$ ). Poznato je:  $U_A = U_B = U_C = 230\text{ V}$ ,  $R=10\ \Omega$  (vidi sliku ispod).

- Nacrtati talasne oblike napona  $u_d$ , struje  $i_d$  i struje tiristora **T1**. Izračunati srednju vrijednost napona  $u_d$ .
- Izračunati srednje vrijednosti struja  $i_d$  i  $i_0$  i napona  $u_0$ . Nacrtati talasni oblik napona  $u_{a0}$  (uključujući i upravljačke signale invertora) i izračunati njegovu efektivnu vrijednost,  $U_{a0ef}$ . (Napomena: zanemariti pulsacije napona  $u_0$  tj. smatrati da je  $u_0=U_0=U_{0sr}$ )



### Rješenje:

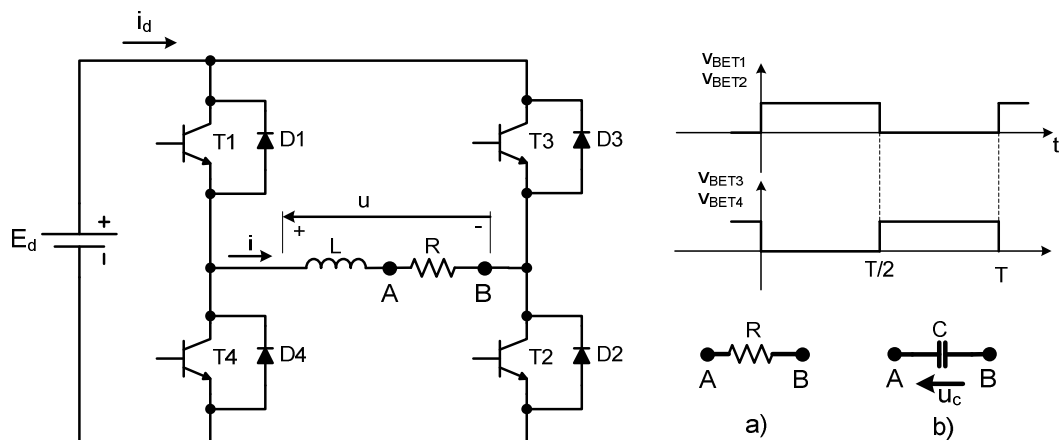
a)  $U_{dsr} = (p/\pi) U_m \sin(\pi/p) \cos \alpha = (6/\pi) * \sqrt{2}\sqrt{3} 230 * \sin(\pi/6) \cos(\pi/3) = (6/\pi) U_m * 0.5 * 0.5$   
 $U_m = \sqrt{2}\sqrt{3} 230 = 563.38\text{ V}$ ,  
 $U_{dsr} = 3U_m/(2\pi) = 268,995\text{ V}$ .

b)  $U_0 = U_{dsr}$ ,  $I_{dsr} = I_0 = U_0 / (3R/2) = 268,995 * 2 / 30 = 17,933\text{ A}$   
 $U_{a0ef} = \sqrt{2} U_0 / 3 = 126,8\text{ V}$

2) Za monofazni autonomni inverter sa slike poznato je:  $E_d=200\text{ V}$ ,  $L=100\text{ mH}$  i  $T=20\text{ ms}$  (upravljački signali su takođe prikazani na slici).

a) Nacrtati vremenske dijagrame (za ustaljeni režim) napona  $u$ , struja  $i$ ,  $i_d$  i struja tranzistora i dioda za slučaj kada je  $R=100\ \Omega$ . Napisati izraz za struju  $i(t)$  u intervalu  $0 < t < T/2$  i odrediti njen maksimum ( $I_m$ ). Izračunati vremena provođenja dioda ( $t_\phi$ ) i tranzistora ( $t_u$ ). Smatrati da se prelazni procesi završavaju nakon 5 vremenskih konstanti.

b) Za slučaj kada se otpornik zamijeni kondenzatorom, nacrtati vremenske dijagrame napona  $u$  i  $u_c$  (napon na kondenzatoru) i struja  $i$  i  $i_d$ , ako je:  $\tau=10\text{ ms}$  ( $\omega_0 = 1/\sqrt{LC} = 2\pi/\tau$ ),  $i(0)=0$  i  $u_c(0)=0$ . Definirati zavisnosti  $i(t)$  i  $u_c(t)$  u intervalu  $0 < t < T/2$ .



Rješenje:

a)

$$0 < t < T/2: u = E, \quad T/2 < t < T: u = -E \quad (E_d \equiv E)$$

$$0 < t < T/2: i(t) = i(0) \cdot e^{-t/\tau} + i(t \rightarrow \infty) \cdot (1 - e^{-t/\tau}),$$

$$i(t) = -I_m e^{-t/\tau} + (E/R) \cdot (1 - e^{-t/\tau}) \quad \dots (1)$$

$$\tau = L/R = 1 \text{ ms}, \quad T/2 = 10 \text{ ms}$$

$$5 \tau = T/4, \text{ pa je za } T/4 < t < T/2: i(t) \approx E/R = I_m$$

$$i(0) = i(T) = -i(T/2) = -I_m, \quad i(t \rightarrow \infty) = I_m = E/R = 2A$$

Napomena: Tačnim proračunom, dobija se vrijednost struje  $I_m$  nešto manja od 2A.

Na osnovu (1), stavljajući  $t=T/2$  i  $i(T/2) = I_m$ , dobija se da je:

$$I_m = -I_m e^{-T/(2\tau)} + (E/R) \cdot (1 - e^{-T/(2\tau)}) \Rightarrow I_m = (E/R) \cdot (1 - e^{-T/(2\tau)}) / (1 + e^{-T/(2\tau)}) \leq E/R = 2A$$

Imajući u vidu da je  $i(t = t_\phi) = 0$ , na osnovu (1) imamo da je:  $0 = -I_m e^{-t_\phi/\tau} + (E/R) \cdot (1 - e^{-t_\phi/\tau})$ , odakle dobijamo:  $t_\phi = \tau \ln 2 = 0.693147 \text{ ms}$ ,

$$t_\phi \approx 0.693 \text{ ms} \Rightarrow t_u = T/2 - t_\phi \approx 10 \text{ ms} - 0.693 \text{ ms} = 9.307 \text{ ms}.$$

(Izrazi koji se dobijaju za srednje vrijednosti struja tranzistora  $I_{Tsr}$  i dioda  $I_{Dsr}$ :

$$I_{Tsr} = E/R \cdot (0.5 - t_\phi/T) - \tau/T \cdot (E/R + I_m) \cdot (e^{-t_\phi/\tau} - e^{-T/(2\tau)})$$

$$I_{Tsr} \approx E/R \cdot (0.5 - t_\phi/T - \tau/T), \text{ jer je } t_\phi/\tau = \ln 2, \quad e^{-T/(2\tau)} = e^{-20} \approx 0$$

$$I_{Dsr} = \tau/T \cdot (E/R + I_m) \cdot (1 - e^{-t_\phi/\tau}) - E \cdot t_\phi / (R \cdot T)$$

$$I_{Dsr} \approx \tau/T \cdot (E/R) - E \cdot t_\phi / (R \cdot T) = (E/R) \cdot (\tau - t_\phi) / T$$

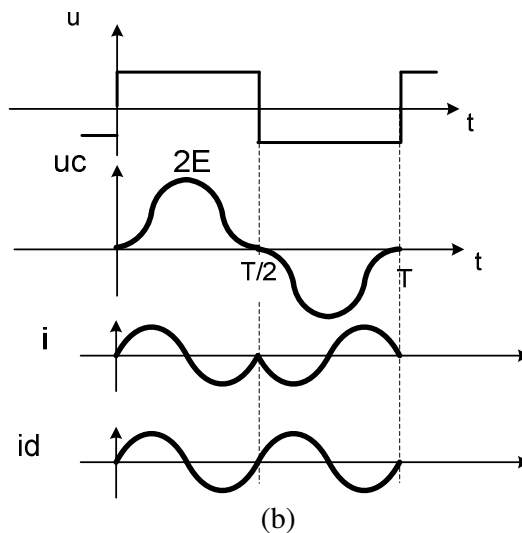
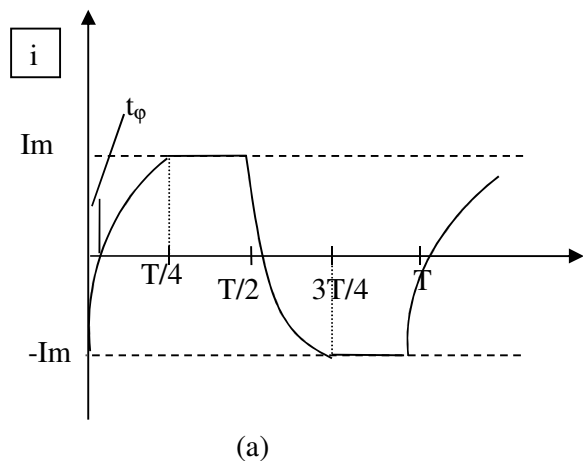
b)  $0 < t < T/2$ :

$$i(t) = I_m \sin(\omega_0 t) \quad (= C \, du_c/dt)$$

$$i'(0) = di(t=0)/dt = E/L = I_m \omega_0 \cos 0, \text{ slijedi: } I_m = E / (\omega_0 L),$$

$$I_m = E \cdot \tau / (2\pi L) = 10/\pi \approx 3.18A$$

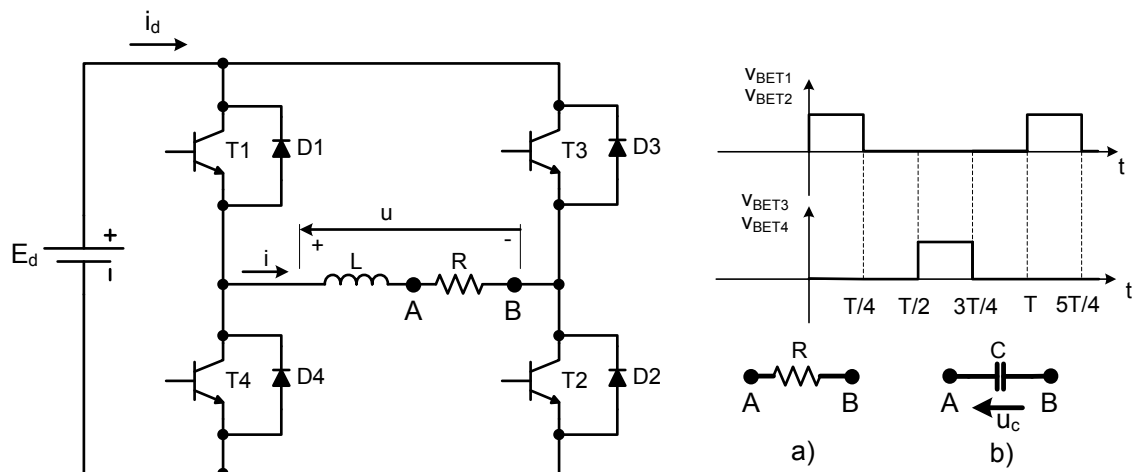
$$u_C(t) = E - u_L(t) = E - L di/dt = E - L I_m \omega_0 \cos(\omega_0 t) = E - E \cos(\omega_0 t).$$



3) Za monofazni autonomni inverter sa slike poznato je:  $E_d=200V$ ,  $L=100mH$  i  $T=20ms$  (upravljački signali su takođe prikazani na slici).

a) Nacrtati vremenske dijagrame napona  $u$ , struja  $i$ ,  $i_d$  i struja tranzistora i dioda za slučaj kada je  $R=100 \Omega$ . Napisati izraze za struju  $i(t)$  u intervalu  $0 < t < T/2$  i odrediti njen maksimum ( $I_m$ ). Izračunati vremena provođenja dioda ( $t_\phi$ ) i tranzistora ( $t_u$ ). Smatrati da se prelazni procesi završavaju nakon 5 vremenskih konstanti i da je  $i(0)=0$ .

b) Za slučaj kada se otpornik zamijeni kondenzatorom, nacrtati vremenske dijagrame napona  $u$  i  $u_c$  (napon na kondenzatoru) i struja  $i$  i  $i_d$ , ako je:  $\tau=5ms$  ( $\omega_0 = 1/\sqrt{LC} = 2\pi/\tau$ ),  $i(0)=0$  i  $u_c(0)=0$ . Definirati zavisnosti  $i(t)$  i  $u_c(t)$  u intervalu  $0 < t < T/4$ .



### Rješenje:

a)

$$0 < t < T/4: i(t) = (E/R) * (1 - e^{-t/\tau}),$$

$$\tau = L/R = 1ms, \quad T/4 = 5ms$$

$$5\tau = T/4, \quad \text{pa je } I_m \approx E/R = 2A$$

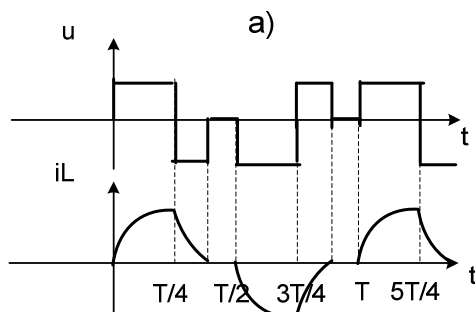
$$T/4 < t < T/4 + t_\phi \Leftrightarrow 0 < t^* < t_\phi \quad (t^* = t - T/4):$$

$$i(t^*) = I_m e^{-t^*/\tau} - (E/R) * (1 - e^{-t^*/\tau}),$$

$$i(t^* = t_\phi) = 0, \quad \text{slijedi: } t_\phi = \tau \ln 2 = 0.693ms.$$

$$T/4 + t_\phi < t < T/2: i(t) = 0.$$

$$t_u = T/4 = 5ms, \quad t_\phi = 0.693ms.$$



b)

$$i(t) = I_m \sin(\omega_0 t) \quad (= C du_c/dt);$$

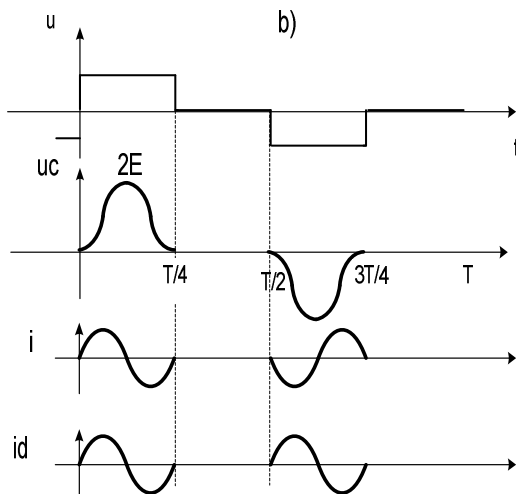
$$i'(0) = di(t=0)/dt = E/L = I_m \omega_0 \cos 0,$$

$$\text{slijedi: } I_m = E/(\omega_0 L);$$

$$I_m = E * \tau / (2\pi L) = 5/\pi \approx 1.59A;$$

$$u_c(t) = E - u_L(t) = E - L di/dt = E - L I_m \omega_0 \cos(\omega_0 t),$$

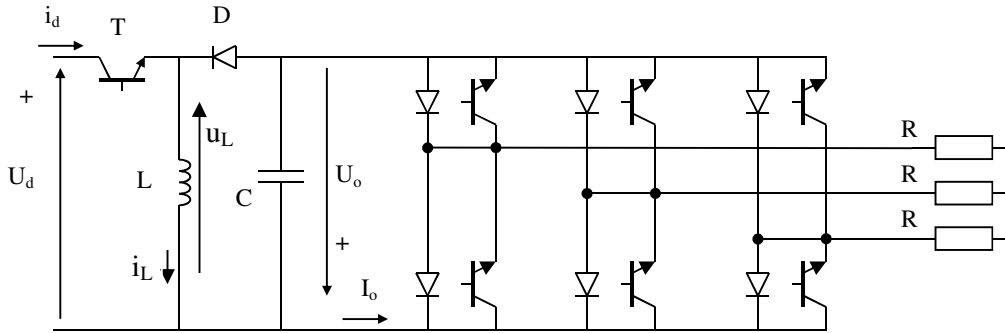
$$u_c(t) = E - E \cos(\omega_0 t).$$



4) Za konvertor čija je šema prikazana na slici poznato je:  $U_d=200V$ ,  $D=0.6$ ,  $R=30\Omega$ ,  $L=300\mu H$ . Čoper radi u **kontinualnom režimu** struje  $i_L$ , a ugao provođenja tranzistora invertora je  $\lambda=180^\circ$ . Komponente konvertora su idealne, a napon  $U_o=const$ .

a) Nacrtati talasne oblike napona  $u_L$  i struje  $i_L$ , izvesti izraz  $U_o/U_d = f(D)$  i izračunati vrijednosti napona  $U_o$  i struja  $I_o$ ,  $I_{dsr}$  i  $I_{Lsr}$ . Kolika je učestanost (f) upravljačkog signala tranzistora T ako je  $\Delta I_L = I_{Lmax} - I_{Lmin} = 1A$ ?

b) Nacrtati talasne oblike faznog  $U_{a0}$  i linijskog  $U_{ab}$  napona (uključujući i upravljačke signale tranzistora) na izlazu invertora i izračunati efektivnu vrijednosti napona  $U_{ab}$ .



Rješenje:

a)

$$U_o / U_d = D / (1-D) = I_o / I_{dsr} \Rightarrow U_o = 300V \quad (\text{buck-boost pretvarač})$$

$$I_o = U_o / (3R/2) = 20/3 = 6.67A$$

$$I_{dsr} = U_o * I_o / U_d = 3/2 I_o = 10A$$

$$I_{Lsr} = I_o + I_{dsr} = 16.67A$$

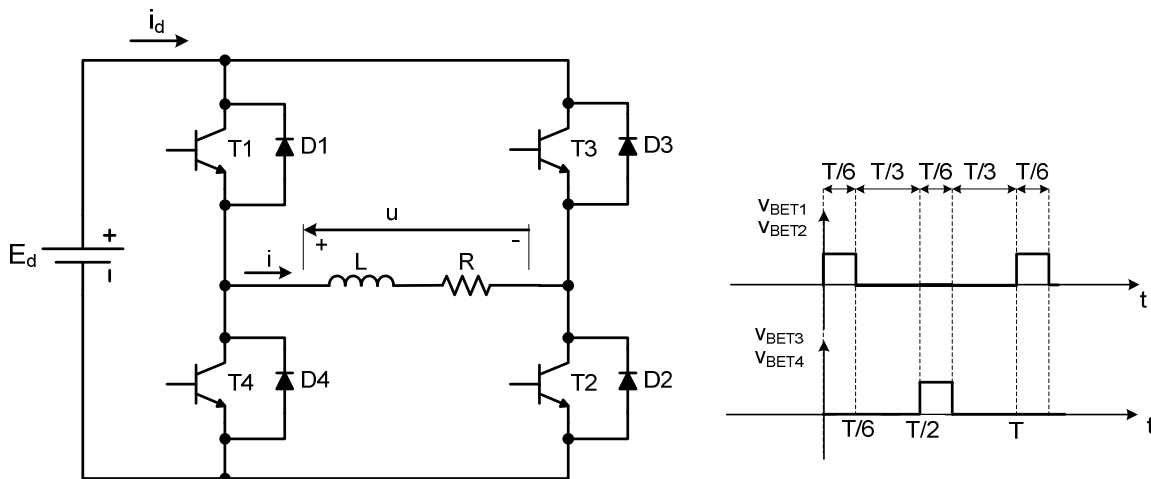
$$\Delta I_L = U_d / L * \text{ton} = U_d D / (L * f) \Rightarrow f = U_d D / (L * \Delta I_L) = 400 \text{ kHz}$$

b)  $U_{abef} = \sqrt{(2/3) U_o} = 244.95V$

5) Za monofazni autonomni inverter sa slike (upravljački signali takođe su prikazani na slici) poznato je:  $E_d=300V$ ,  $L=60mH$  i  $T=30ms$ . Nacrtati talasne oblike napona  $u$ , struja  $i$  i  $i_d$ , a zatim izračunati njihove srednje vrijednosti i srednje vrijednosti struja poluprovodničkih ventila. Razmatrati slučajeve:

a)  $R=0$

b)  $R=2\Omega$ .



Rješenje:

a)  $0 < t < T/6$  :  $i(t) = (E/L) * t$   
 $I_m = (E/L) * T/6 = 25A$ ;  
 $I_{sr} = I_{dsr} = 0$ ;  
 $I_{Tsr} = I_{Dsr} = 0.5 * I_m * (T/6) / T = I_m / 12 = 25 / 12 A = 2,0833A$ .

b)  $0 < t < T/6$  :  $i(t) = (E/R) * (1 - e^{-t/\tau})$ ,  
 $\tau = L/R = 30ms$ ,  $T = 30 ms$   
 $I_m = (E/R) * (1 - e^{-T/6\tau}) = (E/R) * (1 - e^{-1/6}) = 23,027A \approx 23A$ ,

$T/6 < t < T/6 + t\phi$  :  $i(t^*) = I_m e^{-t^*/\tau} - (E/R) * (1 - e^{-t^*/\tau})$ ,  
 $t^* = t - T/6$ ,

$i(t^* = t\phi) = 0 \Rightarrow t\phi = \tau * \ln(I_m * R / E + 1) \approx 4.284ms$

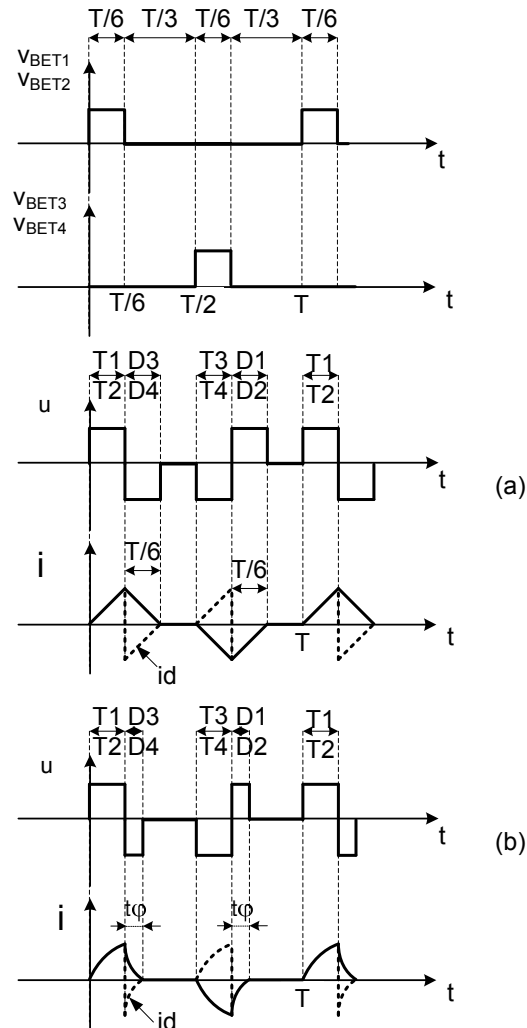
$I_{sr} = 0$ .

$$I_{Tsr} = \frac{1}{T} \int_0^{T/6} i(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^{T/6} \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) dt = \frac{E}{6R} + \frac{E\tau}{RT} \left(e^{-\frac{T}{6\tau}} - 1\right) \approx 2A$$

$$I_{Dsr} = \frac{1}{T} \int_0^{t\phi} i(t^*) dt^* = \frac{1}{T} \int_0^{t\phi} \frac{E}{R} \left( I_m e^{-\frac{t^*}{\tau}} - \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{t^*}{\tau}}\right) \right) dt^* =$$

$$\frac{\tau}{T} \left( I_m + \frac{E}{R} \right) \left( 1 - e^{-\frac{t\phi}{\tau}} \right) - \frac{E t\phi}{RT} \approx 1.6A$$

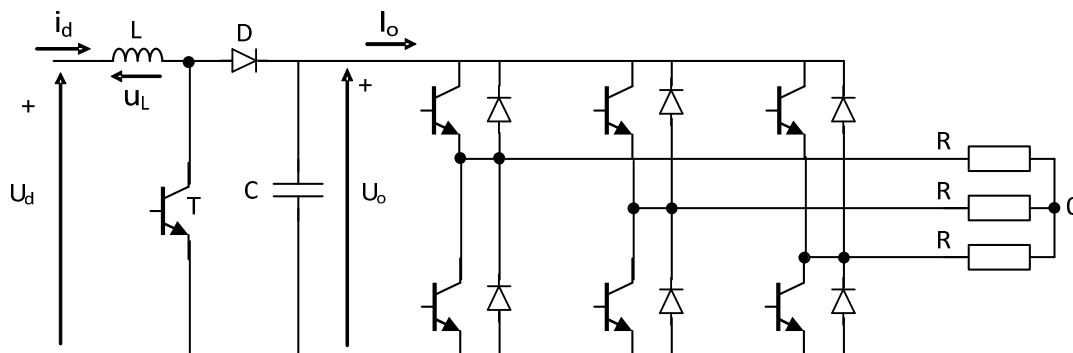
$I_{dsr} = 2 * (I_{Tsr} - I_{Dsr}) \approx 0.8 A$ .



6) Za konvertor čija je šema prikazana na slici poznato je:  $U_0=300V$ ,  $D=0.6$ ,  $R=30\Omega$ ,  $L=300\mu H$ . Čoper radi u **kontinualnom režimu** struje  $I_L$ , a ugao provođenja tranzistora invertora je  $\lambda=120^\circ$ . Komponente konvertora su idealne.

a) Nacrtati talasne oblike napona  $u_L$  i struje  $i_d$ , izvesti izraz  $U_o/U_d = f(D)$  i izračunati vrijednosti napona  $U_a$  i struja  $I_o$  i  $I_{dsr}$ . Odrediti učestanost (f) upravljačkog signala tranzistora T pri kojoj će čoper raditi u graničnom režimu.

b) Nacrtati talasne oblike faznog  $U_{a0}$  i linijskog  $U_{ab}$  napona (uključujući i upravljačke signale tranzistora) na izlazu invertora i izračunati efektivnu vrijednosti napona  $U_{ab}$ .



Rješenje:

a)

$$U_o/U_d = 1/(1-D) = 1/0.4 = 2.5 \quad (\text{Boost pretvarač}),$$

$$\text{slijedi: } U_d = 00/2.5 \text{ V} = 120\text{V}$$

$$I_o = U_o/R_{ek} = U_o / (2R) = 300 / 60 \text{ A} = 5\text{A}$$

$$I_{dsr} = U_o I_o / U_d = 300 * 5 / 120 \text{ A} = 12.5 \text{ A}$$

$$\text{Granični režim: } \Delta I_L = I_m = 2 I_{dsr} = U_d t_{on} / L = U_d D / (Lf) \Rightarrow f = U_d D / (2 I_{dsr} L) = 9.6 \text{ kHz}$$

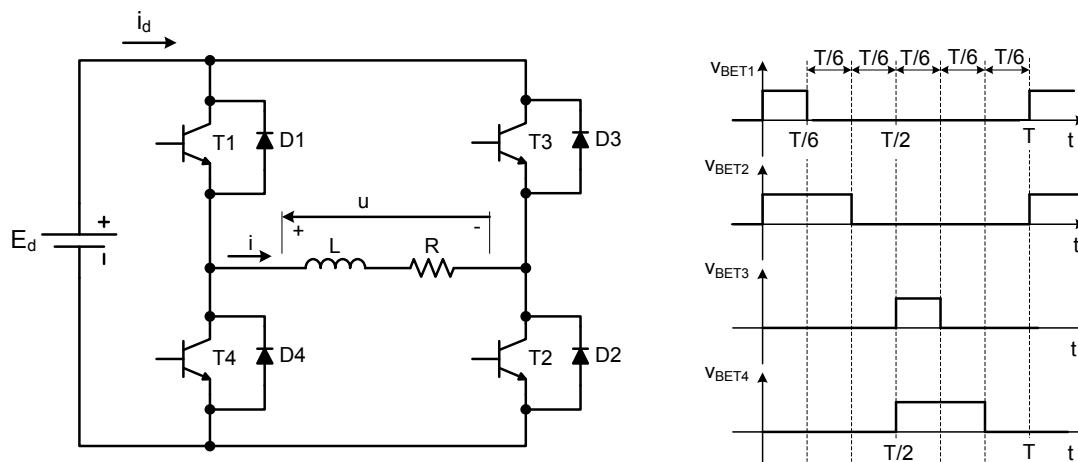
$$(f \text{ se može odrediti i iz uslova } L/R_{ek} = (1-D)*D / 2f).$$

b)  $U_{abef} = U_o / \sqrt{2} = 212.13 \text{ V}.$

7) Za monofazni autonomni inverter sa slike (upravljački signali su takođe prikazani na slici) poznato je:  $E_d=300\text{V}, L=60\text{mH}$  i  $T=30\text{ms}$ .

a) Za slučaj  $R=0$ , nacrtati talasne oblike napona  $u$ , struja  $i$ ,  $i_d$  i struja poluprovodničkih ventila, a zatim izračunati njihove srednje vrijednosti.

b) Za slučaj  $R=2\Omega$ , nacrtati talasne oblike napona  $u$  i struja  $i$  i  $i_d$ . Napisati analitičke izraze kojima se definiše struja  $i$  u toku poluperiode ( $T/2$ ) i odrediti vremena provođenja svih poluprovodničkih elemenata ( $t_{T1}, \dots, t_{T2}, t_{D1}, \dots, t_{D4}$ ) u toku periode  $T$ .



Rješenje:

a)  $0 < t < T/6 : i(t) = (E/L)*t;$

$$I_m = (E/L)*T/6 = 25\text{A},$$

$$I_{sr} = I_{dsr} = 0,$$

$$I_{T1sr} = I_{T3sr} = 0.5 * I_m * (T/6) / T = I_m / 12 = 25 / 12 \text{ A} = 2,0833\text{A},$$

$$I_{D1sr} = I_{D3sr} = 2,0833\text{A},$$

$$I_{T2sr} = I_{T4sr} = I_{D2sr} = I_{D4sr} = 3 * 0.5 * I_m * (T/6) / T = I_m / 4 = 6.25\text{A}.$$

b)

$$0 < t < T/6 : i(t) = (E/R) * (1 - e^{-t/\tau}),$$

$$\tau = L/R = 30\text{ms}, \quad T = 30 \text{ ms},$$

$$I_m = (E/R) * (1 - e^{-T/6\tau}) = (E/R) * (1 - e^{-1/6}) = 23,027\text{A} \approx 23\text{A}.$$

$$T/6 < t < 2T/6 : i(t^*) = I_m * (1 - e^{-t^*/\tau}), \quad t^* = t - T/6,$$

$$I_1 = i(t=T/3) = i(t^*=T/6) = I_m * (1 - e^{-T/6\tau}) = I_m * (1 - e^{-1/6}) \approx 19.5A.$$

$$T/3 < t < T/3 + t\phi : i(t^*) = I_1 e^{-t^*/\tau} - (E/R) * (1 - e^{-t^*/\tau}),$$

$$t^* = t - T/3,$$

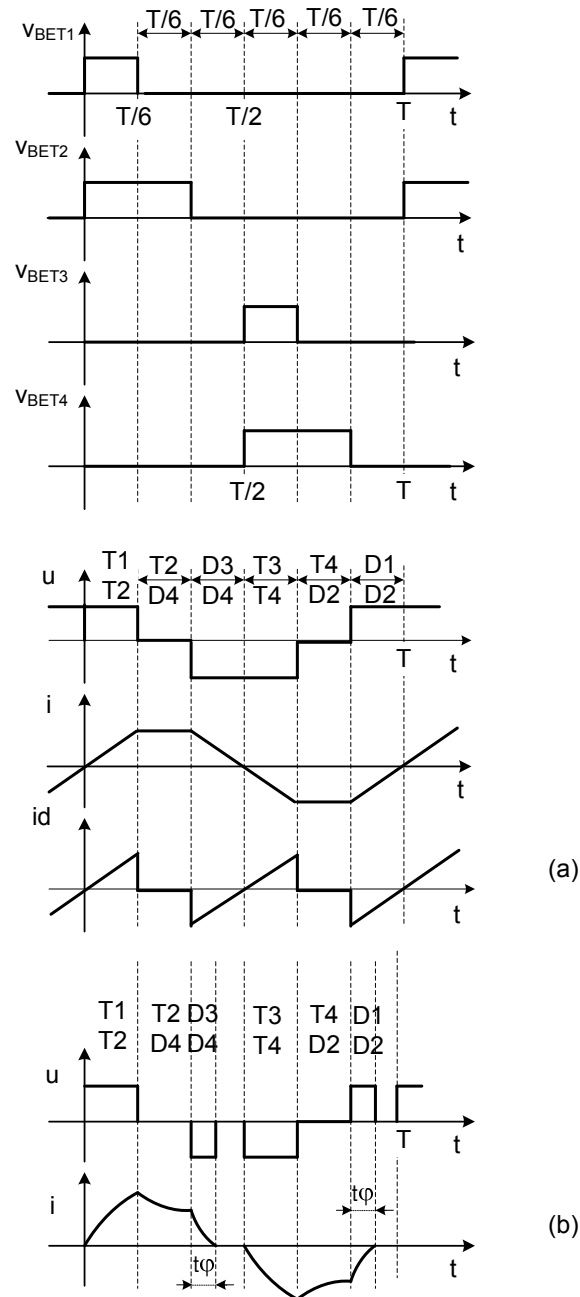
$$i(t^*=t\phi) = 0 \Rightarrow t\phi = \tau * \ln(I_1 * R / E + 1) \approx 3.665ms.$$

$$t_{T1} = t_{T3} = T/6 = 5ms;$$

$$t_{T2} = t_{T4} = T/3 = 10ms;$$

$$t_{D1} = t_{D3} = t\phi = 3.665ms;$$

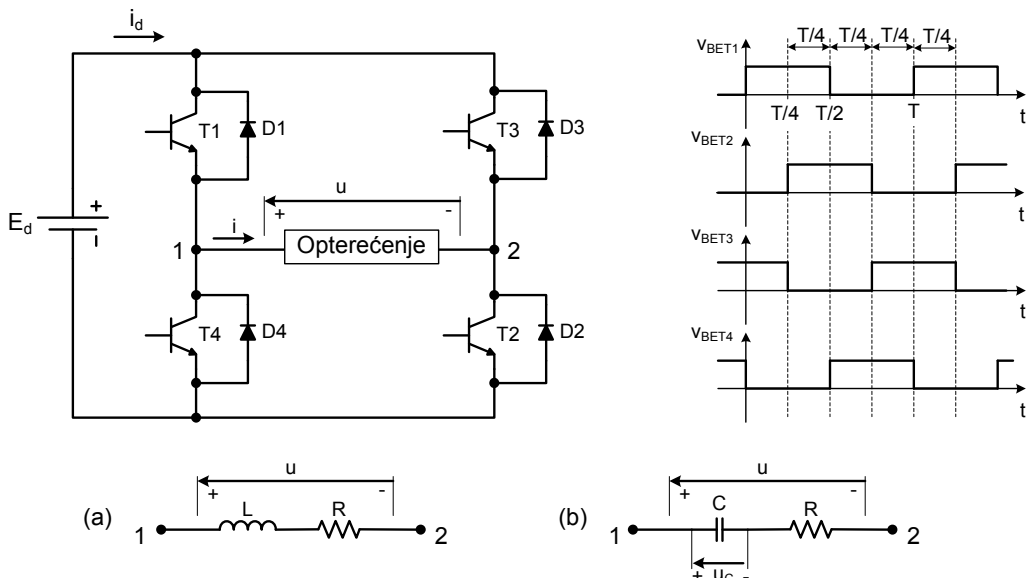
$$t_{D2} = t_{D4} = T/6 + t\phi = 5ms + 3.665ms = 8.665ms.$$



8) Za monofazni autonomni inverter sa slike (upravljački signali takođe su prikazani na slici) poznato je:  $E_d=200V$ ,  $T=20ms$ . Nacrtati talasni oblik napona  $u$  i talasne oblike struja  $i$ ,  $i_d$  i struja tranzistora i dioda koji odgovaraju **stacionarnom stanju** (smatrati da se prelazni procesi završavaju nakon **5 vremenskih konstanti**). Napisati analitičke izraze za struju  $i(t)$  u toku poluperiode  $T/2$ . Razmatrati slučajeve:

a)  $R=10\Omega$ ,  $L=50mH$  (redna RL veza).

b)  $R=50\Omega$ ,  $C=20\mu F$  (redna RC veza). Nacrtati i talasni oblik napona na kondenzatoru ( $u_C$ ).



### Rješenje:

a)

$$\tau = L/R = 5ms,$$

$5\tau = 25ms > T/4 = 5ms$  - ne završava se prelazni proces

$$0 < t < T/4: \quad i(t) = 0 * (1 - e^{-t/\tau}) - I_m e^{-t/\tau} = -I_m e^{-t/\tau},$$

$$t = T/4: \quad -I_1 = -I_m e^{-T/4\tau} \quad \dots (1)$$

$$T/4 < t < T/2 \quad (0 < t^* < T/4): \quad i(t^*) = (E_d/R) * (1 - e^{-t^*/\tau}) - I_1 * e^{-t^*/\tau},$$

$$t = T/2, \quad (t^* = T/4):$$

$$i(t^* = T/4) = I_m = (E_d/R) * (1 - e^{-T/4\tau}) - I_1 e^{-T/4\tau} \quad \dots (2)$$

Na osnovu (1) i (2) dobija se:

$$I_m = (E_d/R) * (1 - e^{-T/4\tau}) / (1 + e^{-T/2\tau}) = 20 * (1 - e^{-1}) / (1 + e^{-2}) \approx 11.13A,$$

$$I_1 = I_m e^{-T/4\tau} = I_m * e^{-1} \approx 4.09A$$

b)

$$\tau = RC = 1ms,$$

$5\tau = 5ms = T/4$  - završava se prelazni proces na kraju intervala  $T/4$ ;

$$0 < t < T/4: \quad i(t) = i(0) * e^{-t/\tau} + i(t \rightarrow \infty) (1 - e^{-t/\tau}) = I_m * e^{-t/\tau},$$

$$I_m = i(0) = (0 - u_C(0)) / R = E_d / R = 4A. \quad i(t \rightarrow \infty) = 0.$$

$$T/4 < t < T/2, \quad 0 < t^* < T/4 \quad (t^* = t - T/4):$$

$$i(t^*) = i(t^* = 0) * e^{-t^*/\tau} + i(t^* \rightarrow \infty) (1 - e^{-t^*/\tau}) = I_m * e^{-t^*/\tau},$$

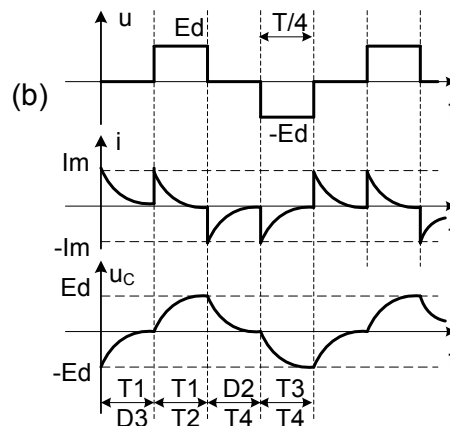
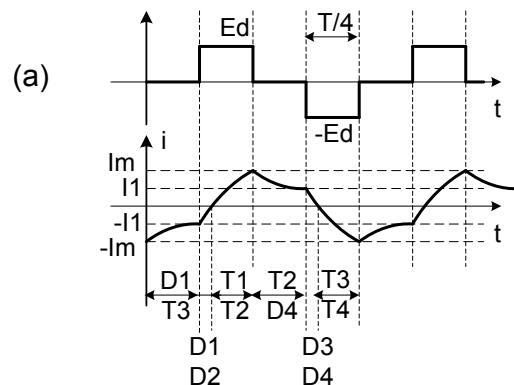
jer je:

$$i(t^* = 0) = (E_d - u_C(t = T/4)) / R = E_d / R = I_m,$$

$$i(t^* \rightarrow \infty) = 0.$$

$$u_C(t = T/2) = E_d, \quad \text{jer je} \quad i(t = T/2) \approx 0.$$

$$u_C(0) = u_C(t = T) = -u_C(t = T/2) = -E_d.$$



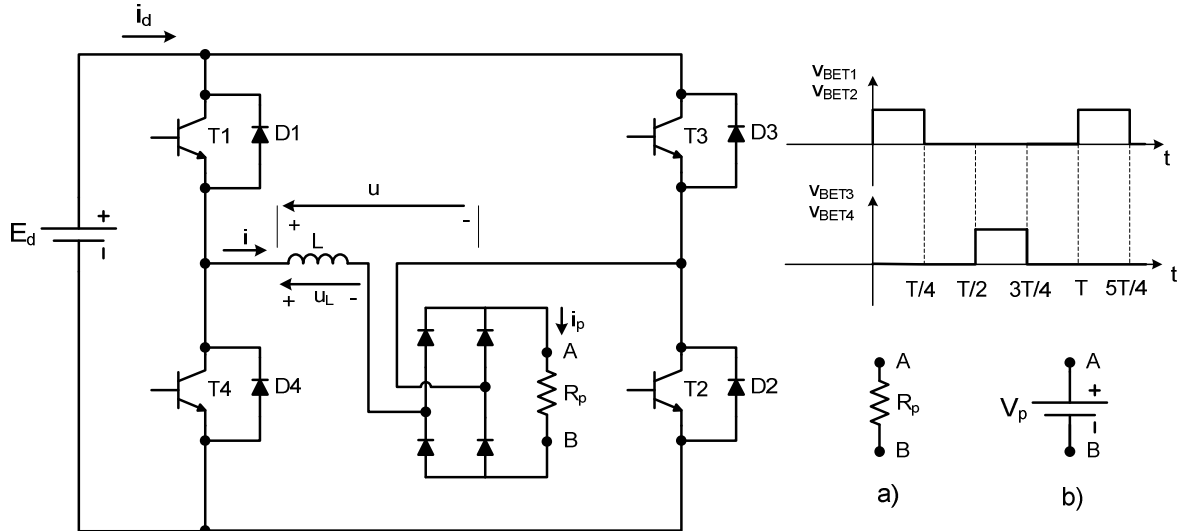


9) Za monofazni autonomni inverter sa slike poznato je:  $E_d=100V$ ,  $L=10mH$ . Algoritam upravljanja dat je takođe na slici, pri čemu je  $T=40ms$ . Nacrtati vremenski dijagram napona  $u$ , vremenske dijagrame struja  $i_d$ ,  $i$  i  $i_p$  i izračunati vremena provođenja tranzistora ( $t_u$ ) i dioda ( $t_\phi$ ), kada je:

a) između tačaka A i B priključen potrošač čija optornost iznosi  $R_p = 10 \Omega$ .

b) između tačaka A i B umjesto otpornika  $R_p$  priključen naponski izvor  $V_p=50V$ .

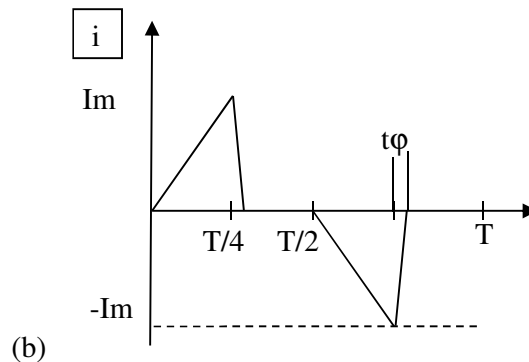
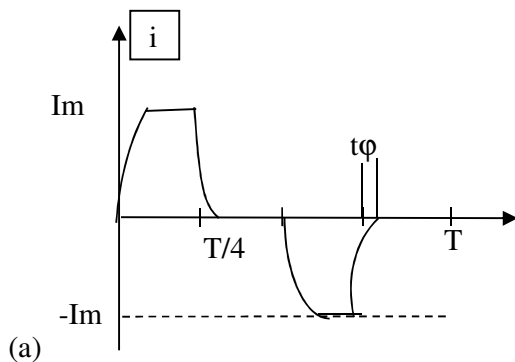
Napomena: Smatrati da su elementi kola idealni, da se prelazni procesi završavaju nakon 5 vremenskih konstanti i da je  $i(0)=0$ .



Rješenje:

a)  $0 < t < T/4$ :  $i(t) = (E/R) * (1 - e^{-t/4\tau})$ ;  
 $I_m = (E/R) * (1 - e^{-T/4\tau}) \approx E/R = 10 A$ ,  
 $\tau = L/R = 1ms$ ,  $t_u = T/4 = 10 ms$  ( $5\tau = T/8$ ).

$T/4 < t < T/4 + t_\phi$ ,  $0 < t^* < t_\phi$  ( $t^* = t - T/4$ ):  $i(t^*) = I_m e^{-t^*/\tau} - (E/R) * (1 - e^{-t^*/\tau})$ ,  
 $t = T/4 + t_\phi$ ,  $i = 0$ :  
 $0 = I_m e^{-t_\phi/\tau} - (E/R) * (1 - e^{-t_\phi/\tau})$  slijedi  $t_\phi = \tau * \ln 2 = 0.693ms$ .  
 $I_m \approx E/R$



b)  $0 < t < T/4$ :  $u_L = E - V_p$  ( $= L di/dt$ )  
 $I_m = (E - V_p)T / (4L) = 50 A$ ,  $I_m = 50A$ ;  
 $t_u = T/4 = 10 ms$   
 $T/4 < t < T/4 + t_\phi$ :  $u_L = -E - V_p$   
 $t = T/4 + t_\phi$ ,  $i = 0$ :  
 $I_m = (E + V_p) * t_\phi / L$ , slijedi:  $t_\phi = L * I_m / (E + V_p) = 10/3 ms = 3.333ms$ .